

## **Modélisation de l'occurrence des étiages à partir des débits moyens journaliers à l'aide des processus ponctuels**

**ASSIA CHEBCHOUB**

*Département de Mathématiques et Informatique, INSAT, BP 676, 1080 Tunis, Tunisie*  
e-mail: assia.chebchoub@insat.rnu.tn

**ZOUBEIDA BARGAOUI**

*Département de Génie Civil, Ecole Nationale d'ingénieurs de Tunis, BP 37, 1002 Tunis, Tunisie*

**IRENE ABI-ZEID**

*DRE-Valcartier, 2459 Pie-XI Boulevard North, Val-Bélair, Québec, Canada G3J 1X5*

**BERNARD BOBEE**

*INRS-Eau 2800, Rue Einstein, CP 7500, Sainte-Foy, Québec, Canada G1V 4C7*

**Résumé** La définition des événements de type étiages ou surplus à partir des débits moyens journaliers se fait généralement sur la base d'un débit seuil. Pour les étiages, ce débit représente par exemple le débit atteint ou dépassé 75% ou 90% des jours de l'année. L'application d'un tel critère est apparue inadéquate dans le cas d'un bassin versant tunisien de superficie 448 km<sup>2</sup>. Afin de prendre en compte le caractère fortement intermittent des écoulements, il est proposé de baser la sélection des événements sur un seuil plus élevé correspondant au débit caractéristique de crue (*DCC*), débit moyen journalier atteint ou dépassé 10 jours par an. L'examen du nombre et de la répartition des événements sur l'année a cependant montré la nécessité d'introduire un deuxième seuil permettant de réduire le nombre d'événements isolés (surplus et étiages). Il s'agit du *DC1*, débit moyen journalier atteint ou dépassé 30 jours par an. Ainsi, deux seuils de débit au lieu d'un seul sont proposés pour la définition des événements. En outre, un paramètre supplémentaire représentant une durée minimum d'étiage a été introduit. La modélisation de l'occurrence des étiages ainsi définis fait appel aux processus ponctuels alternés surplus/étiage. L'estimation des paramètres des fonctions d'intensités se fait par la méthode du maximum de vraisemblance. Ces estimateurs permettent de prédéterminer l'occurrence des étiages et la loi des durées d'étiages.

### **INTRODUCTION**

La nature aléatoire des débits moyens journaliers nous suggère une modélisation des durées d'étiages par des processus stochastiques parmi lesquels les processus ponctuels sont les mieux adaptés. En définissant deux types d'événements: (a) l'événement de type étiage qui est la rupture de l'état d'étiage, et (b) l'événement de type surplus qui est la rupture de l'état de surplus, nous sommes en présence de deux processus ponctuels alternés. L'article commence par présenter une méthode originale de définition des événements. Cette méthode est mise au point sur le cas du bassin du Joumine. L'oued Joumine à la station El Arima (448 km<sup>2</sup>) reçoit une pluie moyenne interannuelle de 692 mm. La série couvre une période de 20 ans allant de 1964 à 1983.

Le débit moyen journalier maximum enregistré est de  $427 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ . L'apport moyen annuel est de  $123 \text{ Mm}^3$  (Kallel, 1978). La validation de la méthode de sélection des événements est effectuée sur un autre bassin: celui de l'oued Douimis ( $56 \text{ km}^2$ ) pour la période 1963–1976. Les deux bassins sont situés au nord de la Tunisie.

Dans sa seconde partie, l'article présente la modélisation des événements par un processus ponctuel alterné de Poisson non homogène et les résultats obtenus lors de son application à la station Douimis.

## DEFINITION DES EVENEMENTS

La définition des étiages se fait généralement à partir d'un seuil de débit, représentant le débit atteint ou dépassé 75 ou 90% des jours de l'année (Abi-Zeid, 1997). Appliqués à la série de la station Arima, de tels seuils ont conduit à un nombre d'événements anormalement élevé sans pour autant présenter un caractère extrême. C'est pourquoi, il nous a paru nécessaire d'établir une méthodologie de définition des étiages qui tienne compte de l'aspect fortement intermittent des écoulements dans ce cours d'eau comme en témoigne la Fig. 1. On peut y observer que les crues ont un caractère violent et que, le plus souvent, le cours d'eau est à l'étiage. Une modélisation sur la base des débits moyens journaliers classés qui ont l'avantage d'incorporer le couple (débit–durée) présente une alternative intéressante aux méthodes de définition des étiages basées sur la seule considération du débit–seuil.

D'abord, il nous a paru important que la sélection des événements soit fondée sur un seuil de probabilité au non-dépassement plus élevé que ceux couramment pratiqués. A cet effet, le débit caractéristique maximum défini par Réménieras (1986) comme étant le débit moyen journalier atteint ou dépassé 10 jours par an nous a semblé plus

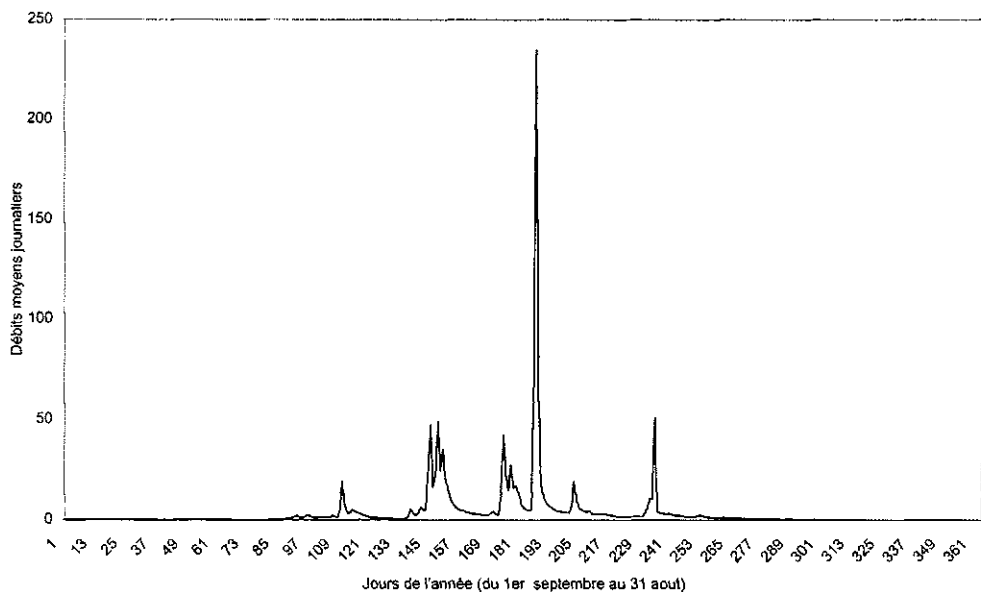


Fig. 1 Débits moyens journaliers d'El Arima, année 1981/1982.

approprié. Ce débit est repris par la Direction Générale des Ressources en Eau (DGRE) du Ministère de l'Agriculture Tunisien sous le nom de débit caractéristique de crue (*DCC*) et correspond en définitive à une probabilité au non dépassement de 97%. Lors de l'application de ce seuil, certains événements de durée un jour sont générés sans pour autant être justifiés:

- ceux de type surplus correspondent au jour d'arrivée du débit de pointe, pour des crues violentes mais dont les débits  $Q_j$  sont restés, à l'exception du jour de pointe, inférieurs à *DCC*,
- ceux de type étiage correspondent à un jour où le débit  $Q_j$  est tombé au-dessous du *DCC* au sein d'une crue complexe.

Aussi, a-t-il été jugé nécessaire d'introduire un seuil supplémentaire, sorte de débit minimum pour définir un état de surplus. Nous avons choisi le *DC1*, qui est le débit classé d'un mois (débit moyen journalier atteint ou dépassé 30 jours par an). Grâce à ce seuil, ces surplus d'un jour identifiés en première sélection, s'ils présentent les jours suivants un débit dépassant *DC1*, sont transformés en surplus de durée plus longue et ceci par transformation des jours où  $DC1 < Q_j < DCC$  en jours de surplus. De même, nous avons considéré pour les étiages isolés que, si  $Q_j > DC1$ , le jour d'étiage isolé sera incorporé en tant que surplus.

Finalement, nous avons jugé nécessaire de tenir compte d'une durée minimum d'étiage. Aussi, un étiage court a-t-il été confondu avec les surplus l'encadrant si sa durée est inférieure à *DMINE* jours.

En conclusion, le modèle proposé pour la sélection des événements requiert trois paramètres estimés *a priori*: deux paramètres correspondant aux débits classés *DCC* et *DC1*, et une durée minimum d'étiage *DMINE*. Le choix de ce troisième paramètre incombe à l'utilisateur.

## MODELISATION DU PROCESSUS ALTERNE

### Rappel sur les processus ponctuels

Nous rappelons qu'un processus ponctuel est une suite croissante de variables aléatoires positives ( $T_n, n \geq 0$ ); le processus de comptage ( $N_t, t \geq 0$ ) associé est défini par:

$$N_t = \inf\{n, T_{n+1} > t\}$$

ou  $N_t$  représente le nombre d'événements antérieurs à  $t$  et postérieur à  $T_0$ . La fonction d'intensité d'un processus ponctuel est définie par:

$$\rho(t; H_t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{P(N_{t+\Delta t} = 1 | H_t)}{\Delta t}$$

ou  $H_t$  est l'historique au temps  $t$  (Cox & Lewis, 1966). Cette quantité correspond au taux moyen instantané d'occurrence d'un événement. Un processus de Poisson homogène est caractérisé par une fonction d'intensité constante. Par contre, un processus de Poisson non homogène (PNH) est caractérisé par une fonction d'intensité  $\rho(t)$  qui dépend du temps; le nombre d'événements dans un intervalle de longueur  $t$  est distribué selon une loi de Poisson de paramètre  $\int_0^t \rho(u) du$ .

Les délais séparant deux arrivées ne sont pas indépendants. On dit qu'un processus ponctuel est alterné si c'est une réalisation de deux processus ponctuels qui alternent.

### Choix des fonctions d'intensité du processus alterné

Parmi les modèles testés par Abi-Zeid (1997), on trouve le modèle de Poisson non homogène, le modèle de renouvellement non homogène et le modèle de Poisson non homogène conditionnel. Dans ce travail, le modèle de Poisson non homogène (PNH) est choisi *a priori* pour être testé sur les événements sélectionnés. Afin de tenir compte des saisonnalités, nous optons pour les fonctions d'intensité proposées par North (1981) et Abi-Zeid (1997) et qui sont définies pour  $k = 1$  (processus de type étiage) et  $k = 2$  (processus de type surplus) par:

$$\rho^k(t; H_t) = \lambda^k(t) = \exp[\beta_k + K_k \sin(\omega t + \theta_k)] \quad \omega = \frac{2\pi}{365} \quad (1)$$

L'estimation des paramètres  $\beta_k, K_k, \theta_k, (k = 1, 2)$  des fonctions d'intensité se fera par la méthode du maximum de vraisemblance. Nous avons utilisé une méthode numérique d'optimisation non linéaire (Press *et al.*, 1986) qui est la méthode de Powell.

### Vérification de l'adéquation du modèle

L'homogénéisation des processus des durées d'étiage et surplus est obtenue en transformant les durées observées en durées homogénéisées par l'intermédiaire des fonctions d'intensités. Ces dernières sont:

$$y_j^1 = \int_{t_{j-1}}^{t_j} \rho^1(u, H_u) du \quad \text{et} \quad y_j^2 = \int_{t_{j-1}}^{t_j} \rho^2(u, H_u) du \quad (2)$$

Le processus des durées homogénéisées est alors un processus de Poisson homogène d'intensité 1. Pour la vérification de l'adéquation du modèle PNH, on comparera graphiquement la fonction de survie logarithmique des durées d'étiage empiriques homogénéisées à un droite de pente  $-1$ .

### Quantification du risque

Trois indices sont proposés (Abi-Zeid, 1997) dont le premier est la loi des durées d'étiage, c'est à dire la probabilité  $P(X > x | T = u, H_u)$  qu'un étiage qui a débuté à l'instant  $u$ , dure plus de  $x$  jours. Le second indice du risque est la probabilité de sortir d'un étiage qui a duré  $x$  jours, sachant qu'il a débuté à l'instant  $u$ :  $P(X = x | X \geq x, T = u, H_{u+x})$ . En dernier, le troisième indice du risque est la probabilité d'entrer en étiage sur  $(u, u+x)$ , sachant qu'on est rentré en surplus à l'instant  $u$ :  $P(X \leq x | T = u, H_u)$ .

## RESULTATS

### Sélection des événements

L'étape de définition des événements nécessite le choix d'une valeur pour le paramètre *DMINE*. Ce choix incombe à l'aménageur. D'après l'examen des débits moyens journaliers de la station El Arima, la valeur  $DMINE = 7$  jours nous a semblé la plus appropriée. Par la suite, soit  $k$  la station, le triplet  $(DCC_k, DC1_k, DMINE = 7)$  conduit

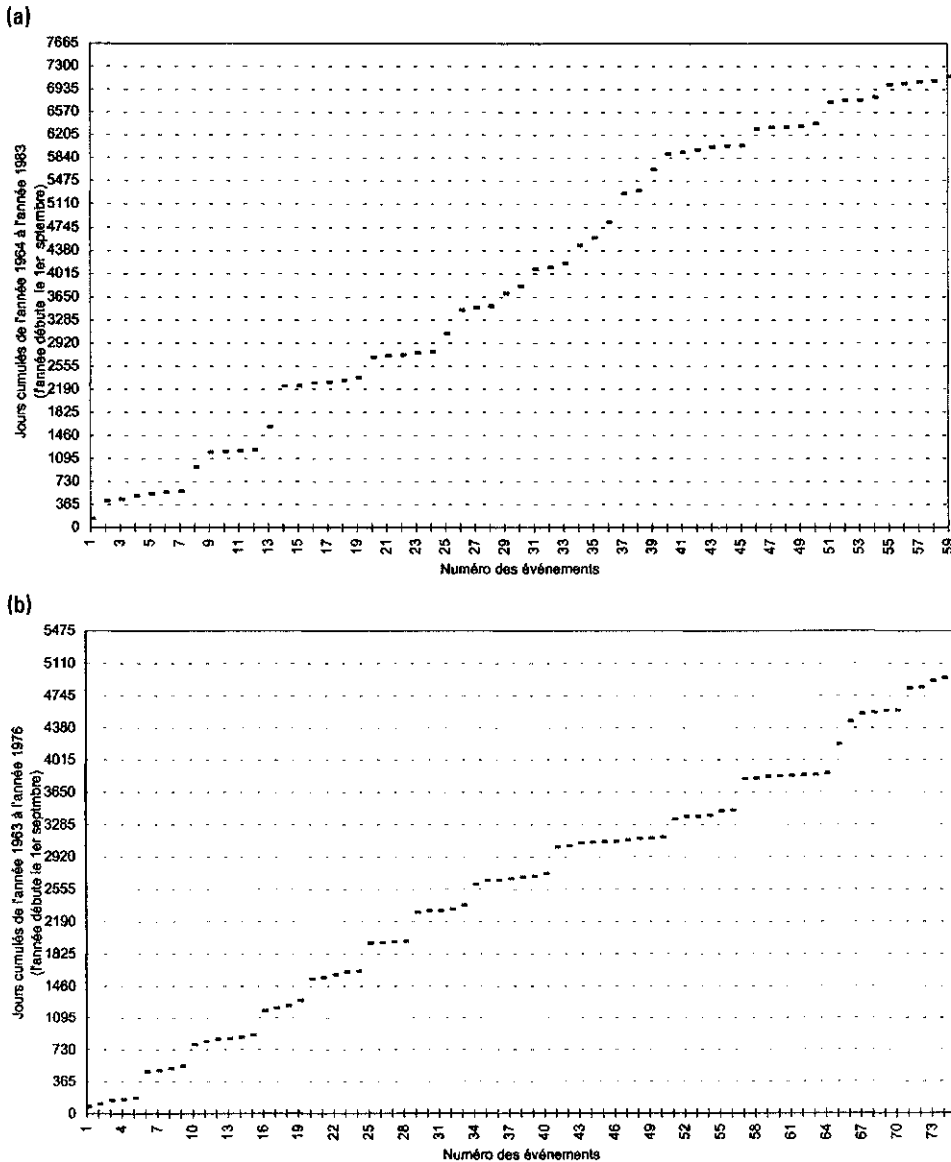


Fig. 2 Arrivées des événements de type rupture de surplus: (a) pour la station El Arima et (b) pour la station Douimis. On peut lire le nombre d'événements par an.

à la définition des événements pour une série donnée de débits moyens journaliers. Les dates d'arrivée des événements de type rupture de surplus à Arima sont montrées en Fig. 2(a) (respectivement Fig. 2(b) pour Douimis). On peut y lire en même temps le nombre d'événements par an, tout au long de la chronologie. La Fig. 3 montre, au sein de l'année hydrologique, la période d'occurrence des ruptures de surplus pour Douimis. D'après les historiques, on voit que les premières ruptures de surplus se situent vers la fin du mois d'octobre (jour 60) alors que la saison des crues (dernière date de surplus) prend fin entre la fin du mois de mars (jour 210) et le début du mois d'avril.

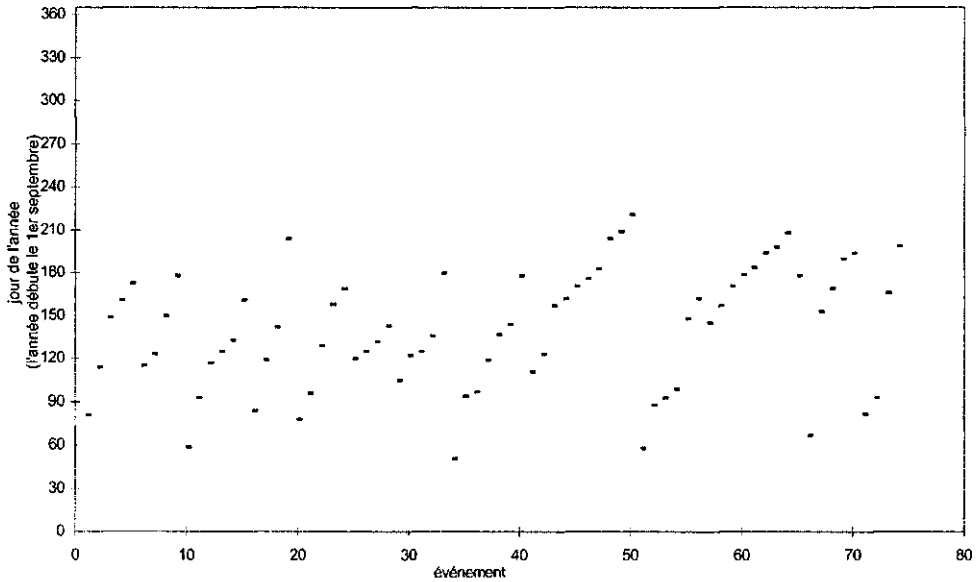
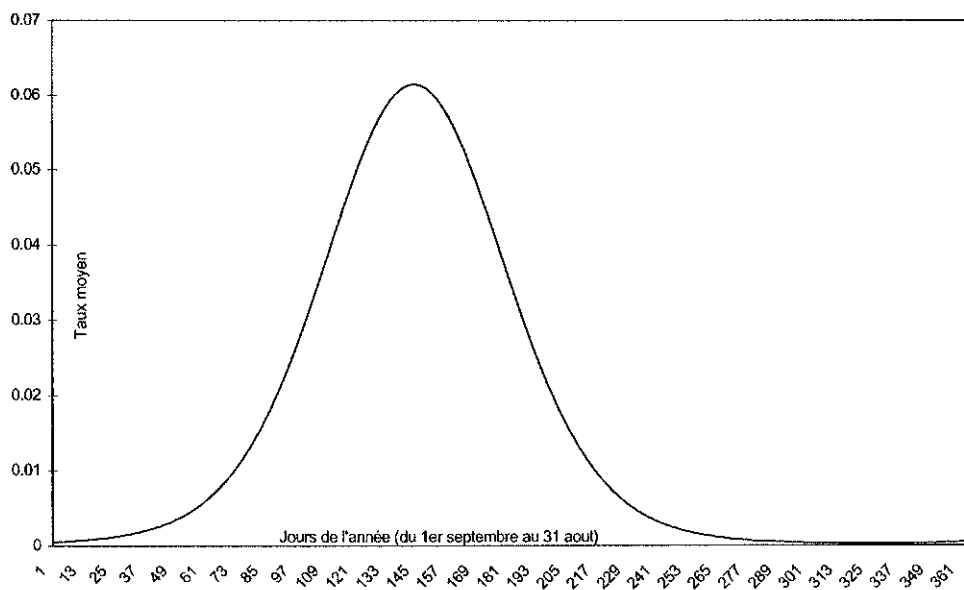


Fig. 3 Dates d'occurrence dans l'année des événements de type rupture de surplus pour Douimis. Les premières ruptures de surplus se situent vers la fin du mois d'octobre

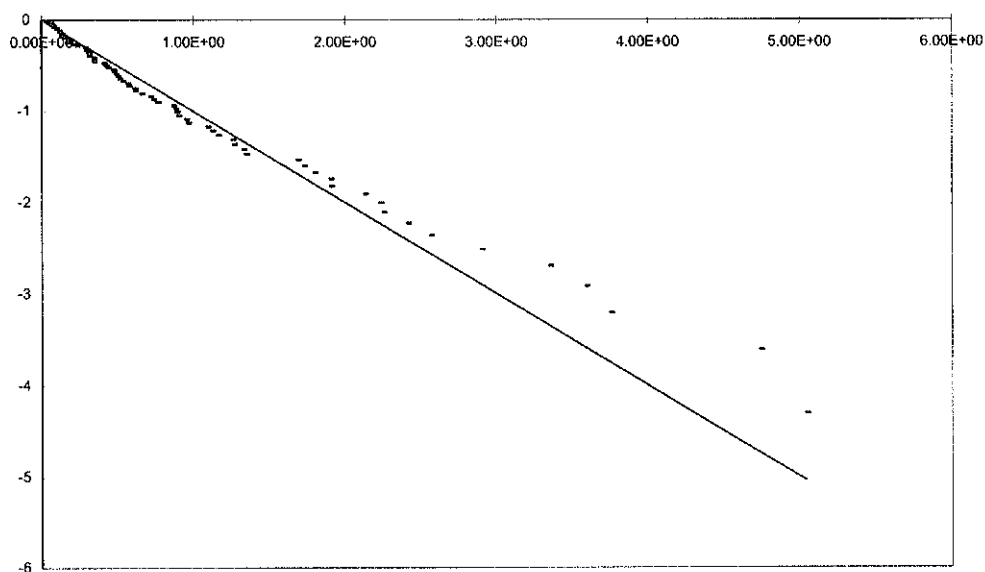
**Processus alterné**

La Fig. 4 montre la fonction d'intensité pour l'événement rupture d'étiage pour le PNH identifié à Douimis. C'est en janvier que cette fonction présente son maximum. L'adéquation du PNH à la station Douimis est jugée acceptable d'après la Fig. 5. En effet, les logarithmes des probabilités empiriques des durées d'étiage homogénéisées se situent bien à proximité de la droite de pente -1. Comme exemple d'indices de risque, nous montrons les distributions de probabilité des durées d'étiage, pour différentes dates d'amorce (Fig. 6) pour le cas du Douimis. A titre d'exemple, la probabilité qu'un étiage qui a débuté l'instant  $u = 1$  octobre dure plus de 20 jours vaut:

$$P(X > 20 | T = 31, H_{31}) = 0.953642$$



**Fig. 4** Fonction d'intensité du processus PNH de type étiage (Douimis). Elle donne le taux moyen d'occurrence des événements; c'est en janvier que cette fonction présente son maximum.



**Fig. 5** Fonction de survie logarithmique des durées d'étiage homogénéisées du PNH (Douimis). L'adéquation du PNH à la station Douimis est jugée acceptable.

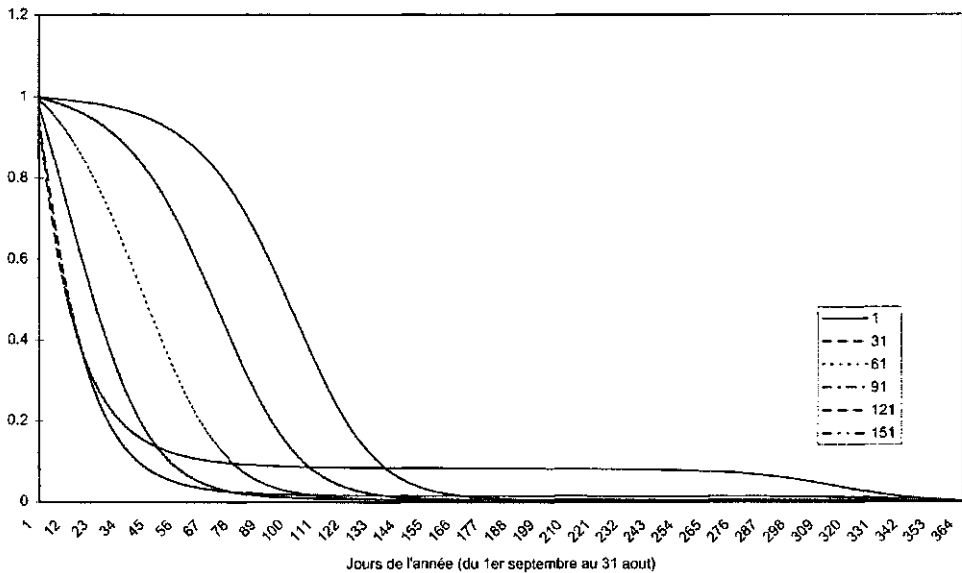


Fig. 6 Indice de risque: probabilités des durées d'étiage pour différentes dates d'amorces.

## CONCLUSION

En raison du caractère fortement intermittent des débits moyens journaliers analysés à la station El Arima, il a été nécessaire d'utiliser deux débits classés: le débit classé maximum *DCC* et le débit classé d'un mois *DC1* et aussi d'introduire une durée minimum d'étiage *DMINE* pour la définition des étiages/surplus. L'identification de ce dernier paramètre a été effectuée pour cette station de référence en supposant que le modèle de Poisson non homogène y est applicable. En conséquence, la valeur *DMINE* ayant conduit à la meilleure adéquation de ce modèle a été retenue. Cette valeur a été alors appliquée à une station de contrôle (la station Douimis) appartenant à la même région géographique. Un modèle de Poisson non homogène (PNH) a été identifié en cette station et a été jugé adéquat. Il apparaît ainsi que cette approche de définition des événements par le triplet (*DCC*, *DC1*, *DMINE*) pourrait être généralisée à d'autres bassins versants.

**Remerciements** Ce travail a bénéficié d'un appui financier du Fonds International de Coopération Universitaire de l'Aupelf (projet 97/Pas34).

## REFERENCES

- Abi-Zeid, I. (1997) La modélisation stochastique des étiages et de leurs durées en vue de l'analyse du risque. Thèse de Doctorat, INRS-Eau, Québec.
- Cox, D. R. & Lewis, P. A. W. (1966) *The Statistical Analysis of Series of Events*. Methuen, London.
- Kallel, R. (1978) Dossier hydrométrique de l'oued Joumine à El Arima. *DGRE, Ministère de l'Agriculture, Tunis*.

- North, M. (1981) Processus hydrologiques intermittents. Etude de modélisation stochastique et applications. Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland.
- Réménieras, G. (1986) *Hydrologie de l'Ingénieur*. Eyrolles, Paris, France.
- Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A. & Vetterling, W. T. (1986) *Numerical Recipes*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.